OPPGAVE 1

Et tynnvegget rør med ytre diameter d = 200mm og veggtykkelse t = 6mm er påkjent av en sentrisk virkende strekkraft F_a = 400kN og et torsjons(vride-)moment T = 50kNm.

Bestem, ved beregning og ved bruk av Mohrs spenningssirkel:

a) Hovedspenningene.

Spenninger i x-retning:

strekkspenning

$$\underline{\sigma_x} = \frac{F_a}{\frac{\pi}{4}\cdot\left(D^2 - d^2\right)} = \frac{400\cdot 10^3}{\frac{\pi}{4}\cdot\left(200^2 - 188^2\right)} \underline{= 109\,N/mm^2}$$

Skjærspenning, vridpenning

$$\underline{\tau_v} = \frac{M_v}{W_p} = \frac{M_v}{\frac{\pi}{16}\cdot\frac{D^4 - d^4}{D}} = \frac{50\cdot 10^6}{\frac{\pi}{16}\cdot\frac{200^4 - 188^4}{200}} \underline{= 145\,N/mm^2}$$

Hovedspenninger:

Største normalspenninger:

$$\sigma_{maks} = \frac{1}{2}\left(\sigma_x + \sigma_y\right) + \frac{1}{2}\sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + 4\tau_{xy}{}^2}$$

$$\underline{\underline{\sigma_{maks}}} = \frac{1}{2}(109) + \frac{1}{2}\sqrt{(109)^2 + 4\cdot 145^2} \underline{\underline{= 209\,N/mm^2}}$$

$$\underline{\sigma_{min}} = \frac{1}{2}\left(\sigma_x + \sigma_y\right) - \frac{1}{2}\sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + 4\tau_{xy}{}^2} = \frac{1}{2}109 - \frac{1}{2}\sqrt{109^2 + 4\cdot 145^2} \underline{= -100\,N/mm^2}$$

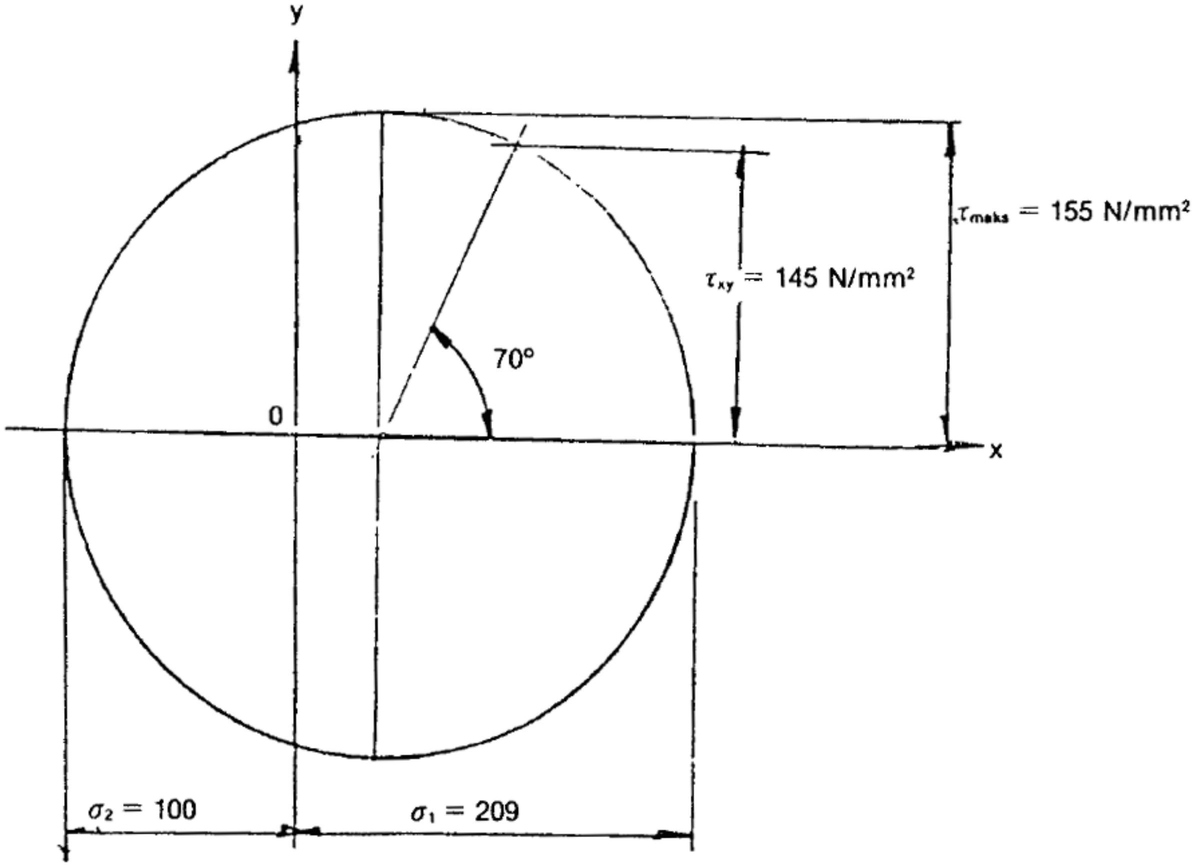
b) Den største skjærspenningen som opptrer.

$$\underline{\underline{\tau_{maks}}} = \frac{1}{2}\sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + 4\tau_{xy}{}^2} = \frac{1}{2}\sqrt{109^2 + 4\cdot 145^2} \underline{\underline{= 155\,N/mm}}$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2\cdot\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{2\cdot 145}{109} \qquad \underline{\underline{\alpha = 34{,}7^0}}$$

OPPGAVE 1, forts.

Mohrs spenningssirkel



OPPGAVE 2

a) Tegn Mohrs spenningssirkel for spenningene $\sigma_x = 150 N/mm^2$, $\sigma_y = 30 N/mm^2$ og $\tau_{xy} = 80 N/mm^2$.

b) Les av hovedspenningene.

$\underline{\sigma_1 = 190 N/mm^2}$ $\underline{\sigma_2 = -10 N/mm^2}$

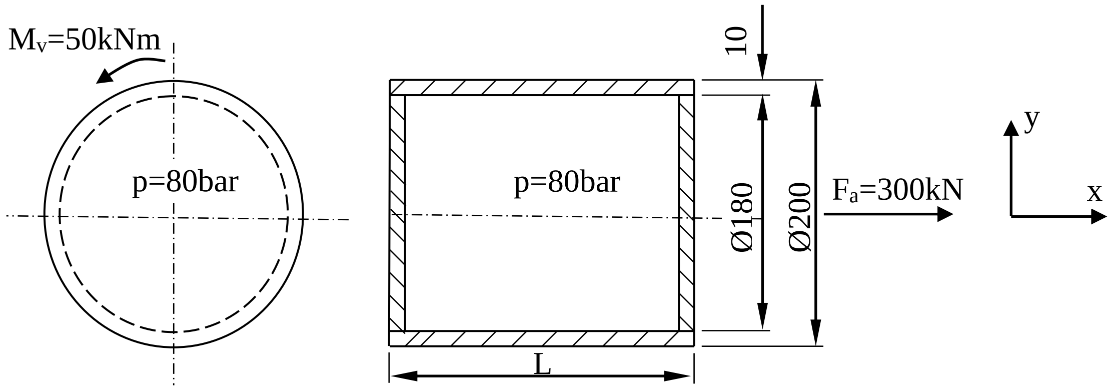
c) Beregn den maksimale skjærspenningen og vinkelen α.

$\underline{\tau_{maks} = 100 N/mm^2}$ $\underline{\alpha = 27^0}$

OPPGAVE 3

Et tynnvegget stålrør har en ytre diameter på 200mm og en veggtykkelse på 10mm. Røret er lukket i begge ender. Det er påkjent av en aksiell strekkraft F_a = 300kN, et torsjonsmoment på T = 50kNm og et indre overtrykk på p = 80bar.

Beregn med disse påkjenningene:



a) Den største normalspenningen som opptrer i røret.

Spenninger i x-retning:

strekkspenning

$$\underline{\sigma_s} = \frac{F_a}{\frac{\pi}{4}\cdot\left(D^2 - d^2\right)} = \frac{300\cdot 10^3}{\frac{\pi}{4}\cdot\left(200^2 - 180^2\right)} \underline{= 50N/mm^2}$$

Aksialspenning p.g.a. p

$$\underline{\sigma_{aks}} = \frac{p\cdot\frac{\pi}{4}\cdot d^2}{\frac{\pi}{4}\cdot\left(D^2 - d^2\right)} = \frac{80\cdot\frac{10^5}{10^6}\cdot\frac{\pi}{4}180^2}{\frac{\pi}{4}\cdot\left(200^2 - 180^2\right)} \underline{= 34N/mm^2}$$

Spenninger i y-retning:

tangentialspenning p.g.a. p

$$\underline{\sigma_{tang}} = \frac{p\cdot L\cdot d}{2\cdot L\cdot t} = \frac{p\cdot d}{2\cdot t} = \frac{80\cdot 10^{-1}\cdot 180}{2\cdot 10} \underline{= 72N/mm^2}$$

Skjærspenning, vridpenning

$$\underline{\tau_v} = \frac{M_v}{W_p} = \frac{M_v}{\frac{\pi}{16}\cdot\frac{D^4 - d^4}{D}} = \frac{50\cdot 10^6}{\frac{\pi}{16}\cdot\frac{200^4 - 180^4}{200}} \underline{= 93N/mm^2}$$

OPPGAVE 3a), forts.
Største normalspenninger:

$$\sigma_{maks} = \frac{1}{2}\left(\sigma_x + \sigma_y\right) + \frac{1}{2}\sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + 4\tau_{xy}^{\;2}}$$

$$\underline{\underline{\sigma_{maks}}} = \frac{1}{2}\left(\left(50 + 34\right) + 72\right) + \frac{1}{2}\sqrt{\left(\left(50 + 34\right) - 72\right)^2 + 4 \cdot 93^2} \underline{\underline{= 171 \mathrm{N/mm^2}}}$$

$$\underline{\sigma_{min}} = \frac{1}{2}\left(\sigma_x + \sigma_y\right) - \frac{1}{2}\sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + 4\tau_{xy}^{\;2}} = \frac{1}{2}\left(84 + 72\right) - \frac{1}{2}\sqrt{\left(84 - 72\right)^2 + 4 \cdot 93^2} \underline{= -15 \mathrm{N/mm^2}}$$

b) Den største skjærspenningen som opptrer i røret.

$$\underline{\underline{\tau_{maks}}} = \frac{1}{2}\sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + 4\tau_{xy}^{\;2}} = \frac{1}{2}\sqrt{\left(84 - 72\right)^2 + 4 \cdot 93^2} \underline{\underline{= 93 \mathrm{N/mm}}}$$

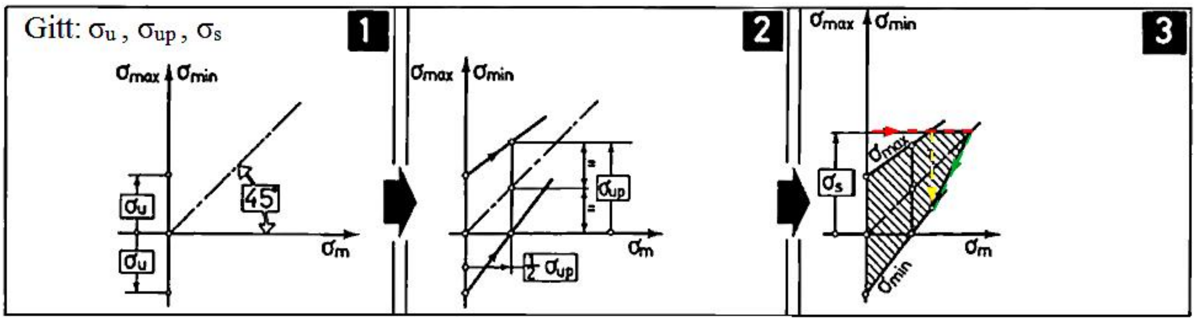
OPPGAVE 4

Tegn forenklet utmattingsdiagram som gjelder for belastningstilfellene strekk/trykk, bøyning og vridning for en blankpolert prøvestav, Ø10.
(Bare positive middelspenninger).
Materiale: Stål SIS 1650-01

tekst	flytegrenser (N/mm^2)	symetrisk vekslende (N/mm^2)	utsvingende (N/mm^2)
strekk/trykk	$\sigma_s = 310$	$\sigma_u = \pm 200$	$\sigma_{up} = 180 \pm 180$
bøyning	$\sigma_{sb} = 390$	$\sigma_{ub} = \pm 270$	$\sigma_{ubp} = 240 \pm 240$
vridning	$\tau_{sv} = 220$	$\tau_{uv} = \pm 150$	$\tau_{uvp} = 150 \pm 150$

$\sigma_B = 590 N/mm^2$

Konstruksjon av forenklet utmattings- (Smith-) diagram for positive midtspenninger:



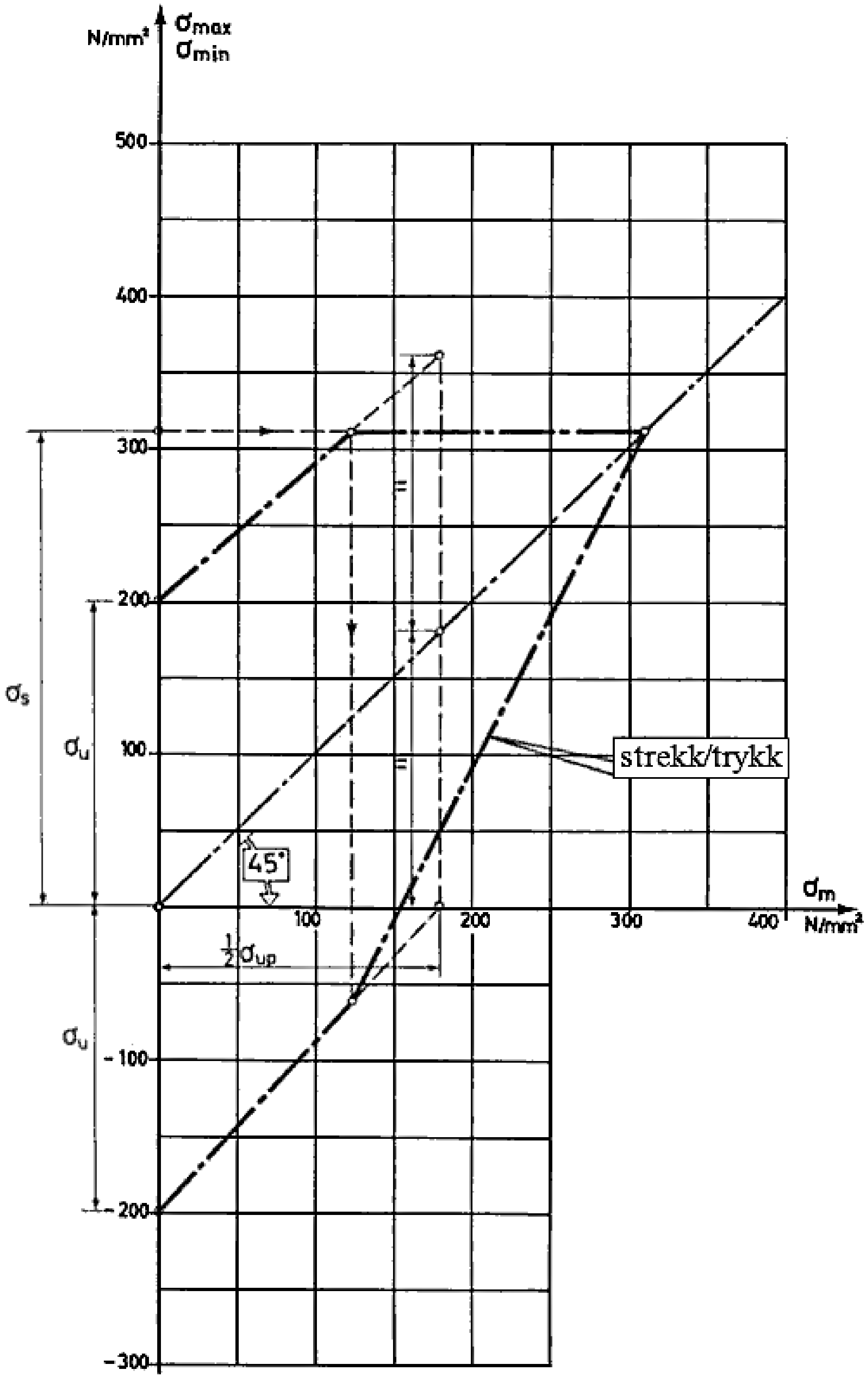
Avsett σ_u = utmattings-grense ved symmetrisk vekslende spenning

Avsett σ_{up} = utmattings-grense ved utsvingende strekkspenning

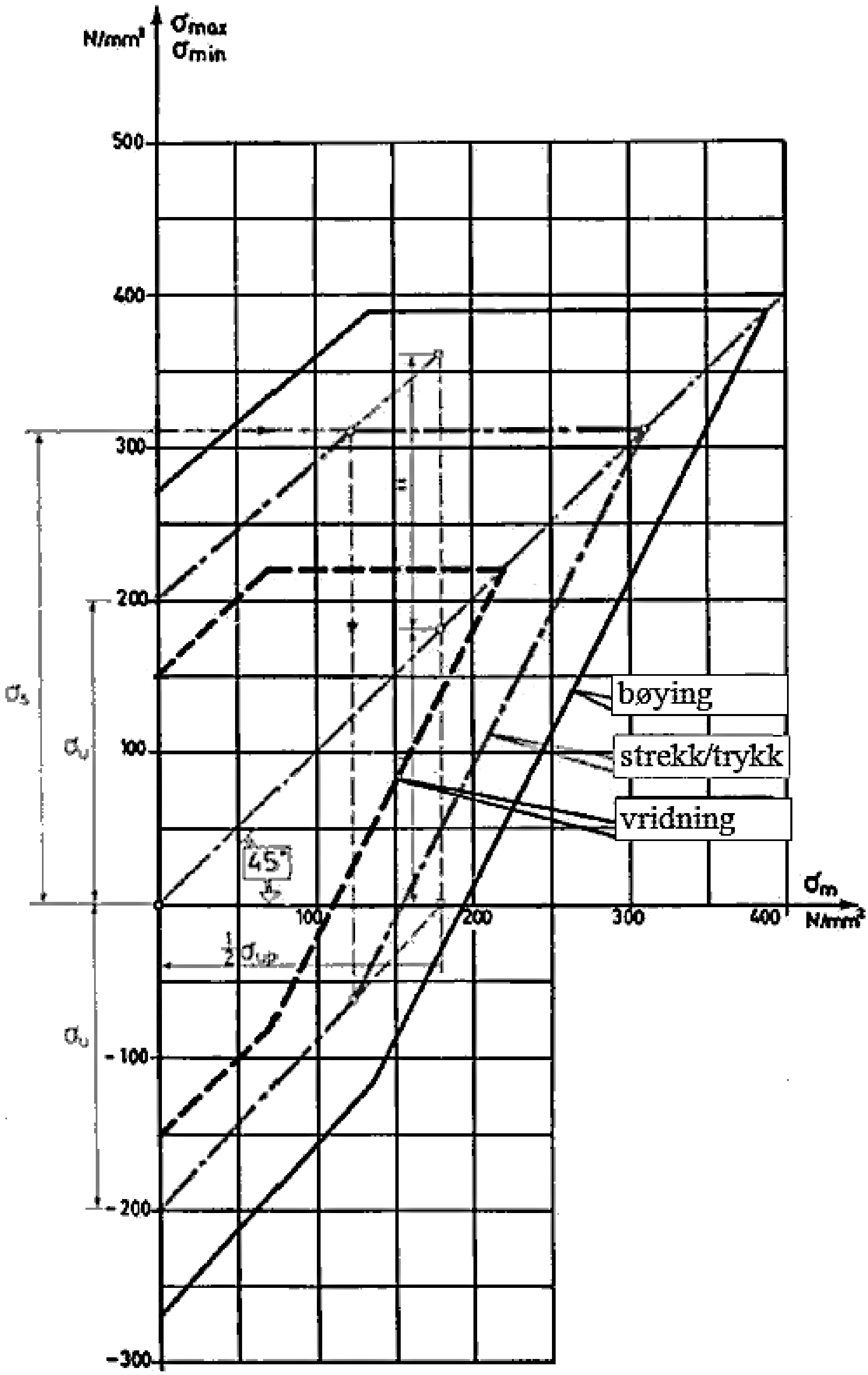
Avslutt ved flytegrense σ_s (= σ_F= $\sigma_{0,2}$) bort til 45^0 linje - -
Trekk vertikal hjelpelinje
Avslutt videre fra 45^0 linje - -
til skjæringspunkt hjelpelinje og σ_{min} linje - -

Forenklet utmattingsdiagram for bøying, strekk/trykk og vridning, se de neste sidene.

Forenklet utmattingsdiagram for strekk/trykk:

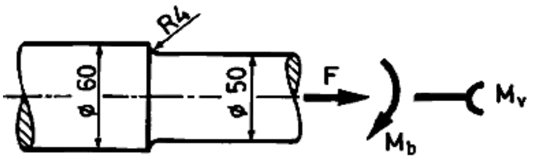


Forenklet utmattingsdiagram for bøying, strekk/trykk og vridning:



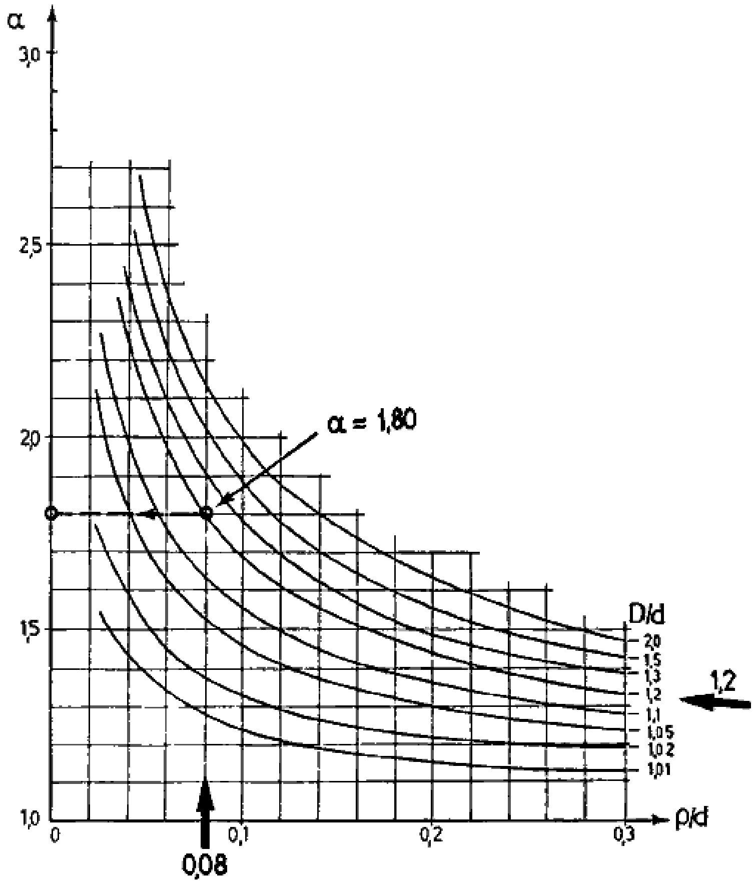
OPPGAVE 5

Bestem strekk-, bøye- og vridningsbelastningen som forårsaker flyting i bunnen av kjerven på akselen i figuren under.
Materiale: Stål SIS 1650-01 med flytegrenser: - strekk/trykk: σ_s = 310N/mm^2 - bøyning: σ_{sb} = 390N/mm^2 - vridning: τ_{sv} = 220N/mm^2



(F, M_b og M_v virker ikke samtidig.)

Formfaktorer, α:
- Strekk /trykk : α_s = 1,80 **se** →
- Bøying : α_b = 1,72
- Vridning : α_v = 1,41



d = 50mm

Areal :

$$\underline{A} = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 50^2}{4} \underline{= 1964\text{mm}^2}$$

Mottandsmomenter:

Bøying

$$\underline{W_x} = \frac{\pi \cdot d^3}{32} = \frac{\pi \cdot 50^3}{32} \underline{= 12272\text{mm}^3}$$

Vridninging

$$\underline{W_p} = \frac{\pi \cdot d^3}{16} = \frac{\pi \cdot 50^3}{16} \underline{= 24544\text{mm}^3}$$

Belastningen som forårsaker flyting i bunnen av kjerven:

<u>Strekk / trykk:</u>

Flyting når $\sigma_{s\,maks} \geq \sigma_s$

$$\sigma_{s\,maks} = \alpha_s \cdot \sigma_{s\,nom} = \alpha_s \cdot \frac{F}{A} \geq \sigma_s \qquad \Rightarrow \underline{\underline{F}} \geq \frac{\sigma_s \cdot A}{\alpha_s} = \frac{310 \cdot 1964}{1{,}8} = 338000\text{N} \underline{\underline{= 338\text{kN}}}$$

<u>Bøying:</u>

Flyting når $\sigma_{b\,maks} \geq \sigma_b$

$$\sigma_{b\,maks} = \alpha_b \cdot \sigma_{b\,nom} = \alpha_b \cdot \frac{M_b}{W_x} \geq \sigma_b \qquad \Rightarrow \underline{\underline{M_b}} \geq \frac{\sigma_b \cdot W_x}{\alpha_b} = \frac{390 \cdot 12272}{1{,}72} = 2780000\text{Nmm} \underline{\underline{= 2780\text{Nm}}}$$

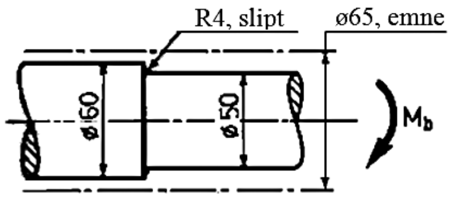
<u>Vridning:</u>

Flyting når $\tau_{v\,maks} \geq \tau_v$

$$\tau_{v\,maks} = \alpha_v \cdot \tau_{v\,nom} = \alpha_v \cdot \frac{M_v}{W_p} \geq \tau_v \qquad \Rightarrow \underline{\underline{M_v}} \geq \frac{\tau_v \cdot W_p}{\alpha_v} = \frac{220 \cdot 24544}{1{,}72} = 3830000\text{Nmm} \underline{\underline{= 3830\text{Nm}}}$$

OPPGAVE 6

a) Tegn redusert utmattingsdiagram for akselen i oppgave 5, utsatt for bøyning.
Akselen er valset fra 65 mm til de i figuren oppgitte dimensjoner.
Materiale: Stål SIS 1650-01



<u>Volumeffekt:</u>
Geometrisk dimmensjonsfaktor:
D = 50mm, σ_B = 590N/mm^2
→ δ = 0,915
Teknisk dimmensjonsfaktor:
D = 65mm
→ λ = 0,835

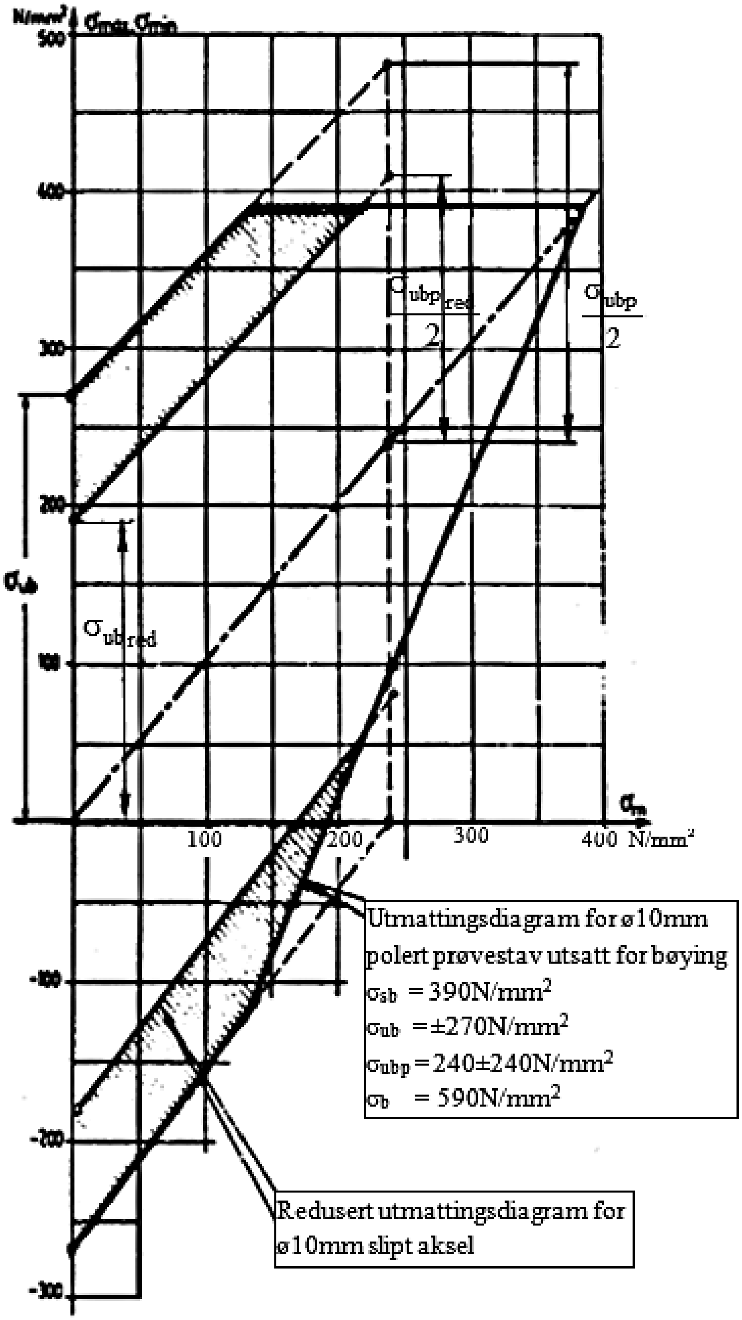
<u>Overflateeffekt:</u>
Slipt flate, σ_B = 590N/mm^2
→ χ = 0,900

Reduksjon av spennings-amplitudene:

$\sigma_{a\ red}$ = $\delta \cdot \lambda \cdot \chi \cdot \sigma_a$
$0{,}915 \cdot 0{,}835 \cdot 0{,}900 \cdot \sigma_a$
$0{,}688 \cdot \sigma_a$

$\sigma_{ub\ red}$ = ±0,688·270 = ±186N/mm^2

$\sigma_{ubp\ red}$ = 240 ± 0,688·240
= 240 ± 165N/mm^2



b) Bestem kjervfaktoren ved tverrsnittsovergangen

Kjervfaktor: $\beta = 1 + \eta\ (\alpha_b - 1)$

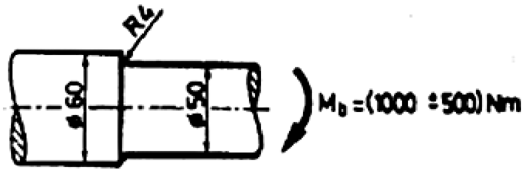
ρ = 4 (kjervradius R4), σ_B = 590N/mm^2
→ Kjervfølsomhetsfaktor η = 0,82

$\underline{\beta} = 1 + \eta\ (\alpha_b - 1) = 1 + 0{,}82 \cdot (1{,}72 - 1) \underline{\underline{= 1{,}59}}$

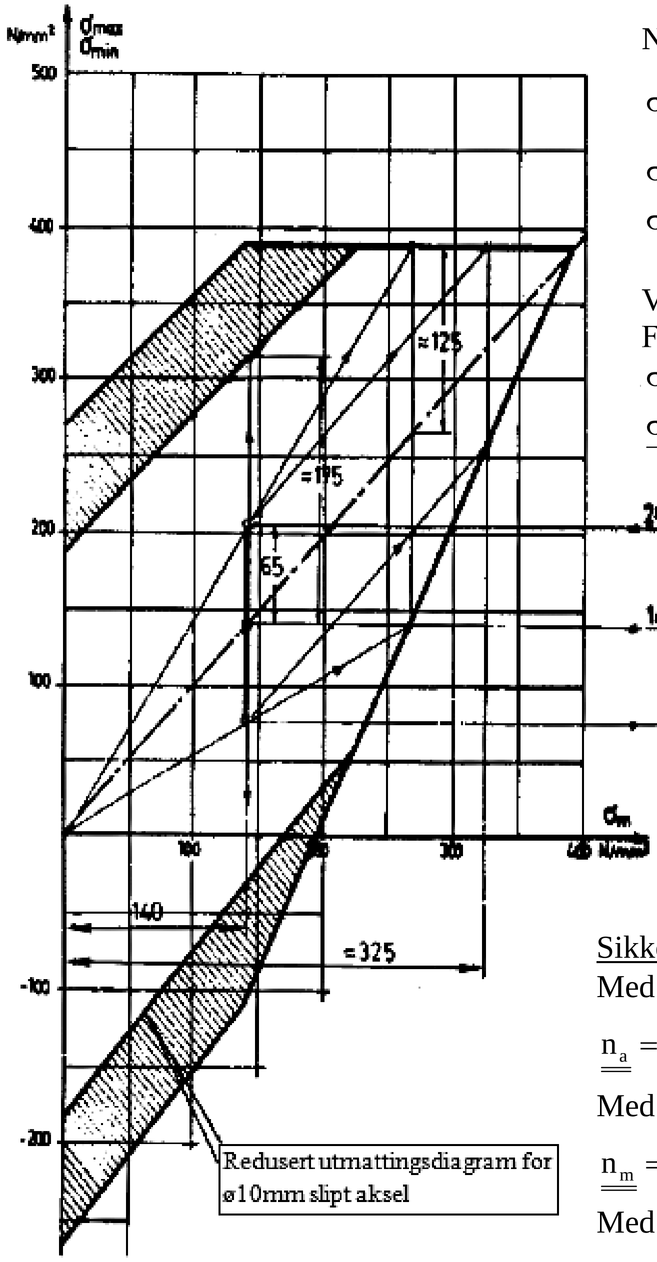
OPPGAVE 7

Beregn sikkerheten, n_a, n_m og n_{am}, mot utmattingsbrudd i overgangstverrsnittet hos akselen i oppgave 5 og 6.
- n_a = sikkerhet med hensyn på amplitudespenning (σ_m = konst.).
- n_m = sikkerhet med hensyn på middelspenning (σ_a = konst.).
- n_{am}= sikkerhet med hensyn på amplitude- og middelspenning.

Materiale : Stål SIS 1650-01
Belastning : Bøyemoment $M_b = (1000 \pm 500)$Nm



Fra oppgave 5: D = 50mm og $\underline{W_x} = \frac{\pi \cdot d^3}{32} = \frac{\pi \cdot 50^3}{32} = \underline{12272\text{mm}^3}$



Nominell spenning:

$$\sigma_{bnom} = \frac{M_b}{W_x} = \frac{1000 \cdot 10^3}{12272} \pm \frac{500 \cdot 10^3}{12272}$$

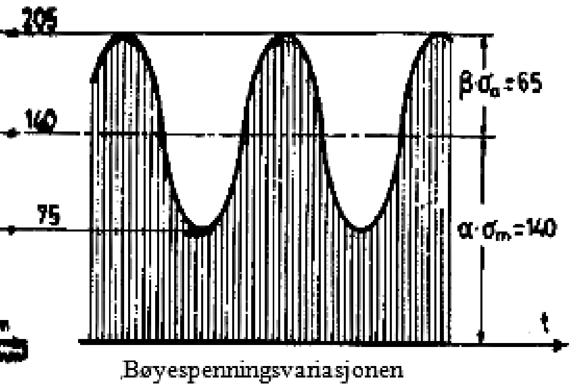
$$\sigma_{bnom} = 81{,}6 \pm 40{,}8$$

$$\sigma_{bnom} = \sigma_m \pm \sigma_a = (81{,}6 \pm 40{,}8)\text{N/mm}^2$$

Virkelig spenning:
Fra oppgave 5 og 6: α_b = 1,72 og β = 1,59

$$\sigma_b = \alpha_b \cdot \sigma_m \pm \beta \cdot \sigma_a = 1{,}72 \cdot 81{,}6 \pm 1{,}59 \cdot 40{,}8$$

$$\underline{\sigma_b = (140 \pm 65)\text{N/mm}^2}$$



Bøyespenningsvariasjonen

<u>Sikkerhetsfaktorer:</u>

Med hensyn på amplitudespenning (σ_m = konst.).

$$\underline{\underline{n_a}} = \frac{175}{65} = \underline{\underline{2{,}7}}$$

Med hensyn på middelspenning (σ_a = konst.).

$$\underline{\underline{n_m}} = \frac{325}{140} = \underline{\underline{2{,}3}}$$

Med hensyn på amplitude- og middelspenning.

$$\underline{\underline{n_{am}}} = \frac{125}{65} = \underline{\underline{1{,}9}}$$